Généralités

P9-12 – Cinématique – Chapitre 1

I. Produit scalaire et produit vectoriel

$$\begin{pmatrix} x_u \\ y_u \\ z_u \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_v \\ y_v \\ z_v \end{pmatrix} = x_u x_v + y_u y_v + z_u z_v \qquad \begin{pmatrix} x_u \\ y_u \\ z_u \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} x_v \\ y_v \\ z_v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_u z_v - y_v z_u \\ z_u x_v - z_v x_u \\ x_u y_v - x_v y_u \end{pmatrix}$$

II. Torseur cinématique

1. Définition et transport

$$\boxed{\{\mathcal{T}\} = \begin{Bmatrix} \vec{R} \\ \overrightarrow{m_A} \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} \vec{R} \\ \overrightarrow{m_B} = \overrightarrow{m_A} + \overrightarrow{BA} \wedge \vec{R} \end{Bmatrix}_B} \qquad \{\mathcal{T}\} = \begin{Bmatrix} R_x & m_x \\ R_y & m_y \\ R_z & m_z \end{Bmatrix}_A$$

2. Propriétés

- On somme et on compare 2 torseurs au même point.
- **Equiprojectivité :** $\overrightarrow{m_P} \cdot \overrightarrow{PM} = \overrightarrow{m_M} \cdot \overrightarrow{PM}$
- **Invariant scalaire :** $\boxed{C = \vec{R} \cdot \overrightarrow{m_P} = \vec{R} \cdot \overrightarrow{m_M}}$
- **Comoment :** $\boxed{\mathcal{P} = \overrightarrow{R_1} \cdot \overrightarrow{m_{2_P}} = \overrightarrow{R_2} \cdot \overrightarrow{m_{1_P}}}$

3. Classification

- **Torseur nul** $(C = 0)$: $\{\mathcal{T}\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_M$ $cst\ \forall\ M$
- **Torseur couple** $(C = 0)$: $\{\mathcal{T}\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \vec{m} \end{Bmatrix}_M$ $cst\ \forall\ M$
- **Torseur glisseur** $(C = 0)$: $\{\mathcal{T}\} = \begin{Bmatrix} \vec{R} \\ \overrightarrow{m_A} \end{Bmatrix}_A$ $\overrightarrow{m_A} \perp \vec{R}$ Axe du glisseur : $\overrightarrow{AP} = \dfrac{\vec{R} \wedge \overrightarrow{m_A}}{R^2} + \lambda \vec{R}$
  $\lambda = 0 \Leftrightarrow \vec{m} = 0$
- **Torseur général** $(C \neq 0)$: $\{\mathcal{T}\} = \begin{Bmatrix} \vec{R} \\ \overrightarrow{m_A} \end{Bmatrix}_A = \underbrace{\begin{Bmatrix} \vec{R} \\ \overrightarrow{m_A^1} \end{Bmatrix}_A}_{\text{Torseur glisseur}} + \underbrace{\begin{Bmatrix} 0 \\ \overrightarrow{m_A^2} \end{Bmatrix}_A}_{\text{Torseur couple}}$

  $\overrightarrow{m_A} \not\perp \vec{R}$ $\qquad \overrightarrow{m_A^1} \perp \vec{R}$ $\qquad \overrightarrow{m_A^2} \parallel \vec{R}$

III. Référentiel et repère

- **Référentiel :** Objet dans lequel le mouvement est décrit
- **Repère :** Outil mathématique dans lequel on définit les équations du mouvement.

	$\overrightarrow{x_0}$	$\overrightarrow{y_0}$	$\overrightarrow{z_0}$
$\vec{x}$	$\cos\varphi$	$\sin\varphi$	0
$\vec{y}$	$-\sin\varphi$	$\cos\varphi$	0
$\overrightarrow{z_0}$	0	0	1